

1. Я вам разрешаю

Тесная двойная звезда состоит из одинаковых компонент с массами $15 M_{\odot}$ каждая, движущихся по круговым орбитам на расстоянии 0.74 а.е. друг от друга. Известно, что обе звезды являются звездами Главной последовательности и обе вращаются вокруг своей оси со скоростью 36 км/с на экваторе. Оцените минимально необходимую спектральную разрешающую силу спектрографа, которая потребуется для получения кривых лучевых скоростей компонент при наблюдении в линии гелия с длиной волны 5876 \AA . Уточним, что спектральная разрешающая сила — это величина $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$, равная отношению длины волны наблюдения к минимальной разности длин волн, которые еще можно различить на данном спектрографе.

2. Потенциальная задача

Эллиптическая галактика обладает сферической симметрией, а ее гравитационный потенциал задается выражением

$$U(r) = -\frac{GM}{r+c},$$

где M — полная масса галактики, $c = 1$ кпк. Известно, что на круговой орбите радиуса 8 кпк скорость равна 180 км/с.

- A. Определите полную массу галактики.
- B. Представим, что с расстояния R на центр галактики с нулевой начальной скоростью радиально падает частица. Чему будет равна ее скорость, когда она достигнет центра галактики? Вычислите эту скорость для случая $R = 10c$.
- C. Пусть звезда движется по близкой к круговой орбите радиуса $r_0 = 8$ кпк; $\delta r(t)$, $\delta\theta(t)$ — отклонения в плоскости орбиты по радиусу и по азимуту. Оцените период колебаний звезды вдоль радиуса галактики.
- D. Определите, при каких значениях r_0 круговая орбита звезды радиуса r_0 является устойчивой.

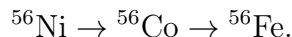
3. Двойной форсаж

Наблюдатель находится в Северном полушарии Земли на широте φ .

- A. Найдите склонение звезд, для которых разность максимального и минимального значения астрономического азимута превышает разность максимального и минимального значения зенитного расстояния ровно в 2 раза (включая путь под горизонтом).
- B. Для каких северных широт такие звезды существуют?

4. Радиоактивное эхо

После вспышки сверхновой ее светимость некоторое время поддерживается радиоактивным подогревом выброшенного вещества. Основную роль играет цепочка распадов



Периоды полураспада никеля и кобальта $t_{1/2}^{(\text{Ni})} = 6.1$ суток и $t_{1/2}^{(\text{Co})} = 77$ суток. Считайте, что один распад ${}^{56}\text{Ni}$ передает выбросу в среднем $E_{\text{Ni}} = 1.7$ МэВ, а один распад ${}^{56}\text{Co}$ — $E_{\text{Co}} = 3.7$ МэВ.

- А. Найдите момент времени после вспышки, когда мгновенная мощность нагрева от распадов ${}^{56}\text{Co}$ становится равной мощности нагрева от распадов ${}^{56}\text{Ni}$.
- В. Через 20 суток после вспышки болометрическая светимость сверхновой равна $L = 1.0 \cdot 10^{36}$ Вт. Считая, что к этому моменту почти вся мощность радиоактивного нагрева выходит в излучение, оцените начальную массу синтезированного при вспышке никеля.

5. Вырожденная задача

Из-за того, что электронная компонента вещества белых карликов сильно вырождена, уравнение состояния этого вещества является баротропным (давление является только функцией плотности, $p = p(\rho)$).

- А. Известно, что для маломассивных белых карликов уравнение состояния вещества имеет вид $p = K_1 \cdot \rho^{5/3}$, где $K_1 = \text{const}$. Зная это, найдите зависимость радиуса таких белых карликов от массы, если известно, что карлик с массой $0.2 M_{\odot}$ имеет радиус $0.02 R_{\odot}$.
- В. При росте массы белых карликов уравнение состояния начинает меняться и в пределе превращается в $p = K_2 \cdot \rho^{4/3}$, где $K_2 = \text{const}$. Исходя из этого утверждения, докажите, что в предельном случае масса белых карликов перестает зависеть от радиуса и становится фиксированной (т.е. докажите существование предела Чандрасекара).

6. Дзуликий Янус

Вокруг Сатурна по круговым орбитам, расположенным в одной плоскости, вращаются два спутника — Янус и Эпиметей. Интересной особенностью этих спутников является то, что расстояние между их орбитами составляет всего около 50 км, и раз в 4 года за счет гравитационного взаимодействия между ними они меняются орбитами, так что внутренний спутник становится внешним, а внешний — внутренним.

- А. Оцените большие полуоси орбит и периоды обращения спутников вокруг Сатурна.
- В. Оцените минимально возможное расстояние между спутниками.

Массы Сатурна, Януса и Эпиметей равны $5.7 \cdot 10^{26}$ кг, $1.9 \cdot 10^{18}$ кг и $5.3 \cdot 10^{17}$ кг соответственно. Можно считать, что во время взаимодействия орбиты обоих спутников остаются круговыми.