

Содержание

10.1. Радуга.....	2
10.2. Главный пояс астероидов.....	6
10.3. Кратные орбиты.....	8
10.4. Подобрать окуляр.....	10
10.5. Вдали от Солнца.....	13

10.1. Радуга

В. Б. Игнатьев

Наблюдатель на поверхности Земли 1 октября видит радугу, пересекающую горизонт в точках с азимутами 51° и 129° . Определите широту наблюдателя и среднее солнечное время в момент наблюдения. Первичное (наиболее яркое) кольцо радуги находится на удалении 138° от Солнца, свет от которого преломляется в капельках воды.

Уравнением времени и рефракцией пренебречь. Осеннее равноденствие в этом году наступило 23 сентября.

Решение.

Азимут центра радуги можно определить как среднее арифметическое азимутов точек пересечения радугой горизонта. Получается значение 90 градусов. В центре круга радуги находится противосолнечная точка, которая, следовательно, находится на первом вертикале. Значение азимута в 90 градусов говорит нам про направление на запад, значит, Солнце находится на первом вертикале над или под точкой востока. Угловой радиус радуги – 42 градуса.

Нарисуем схему, поясняющую происходящее в задаче.

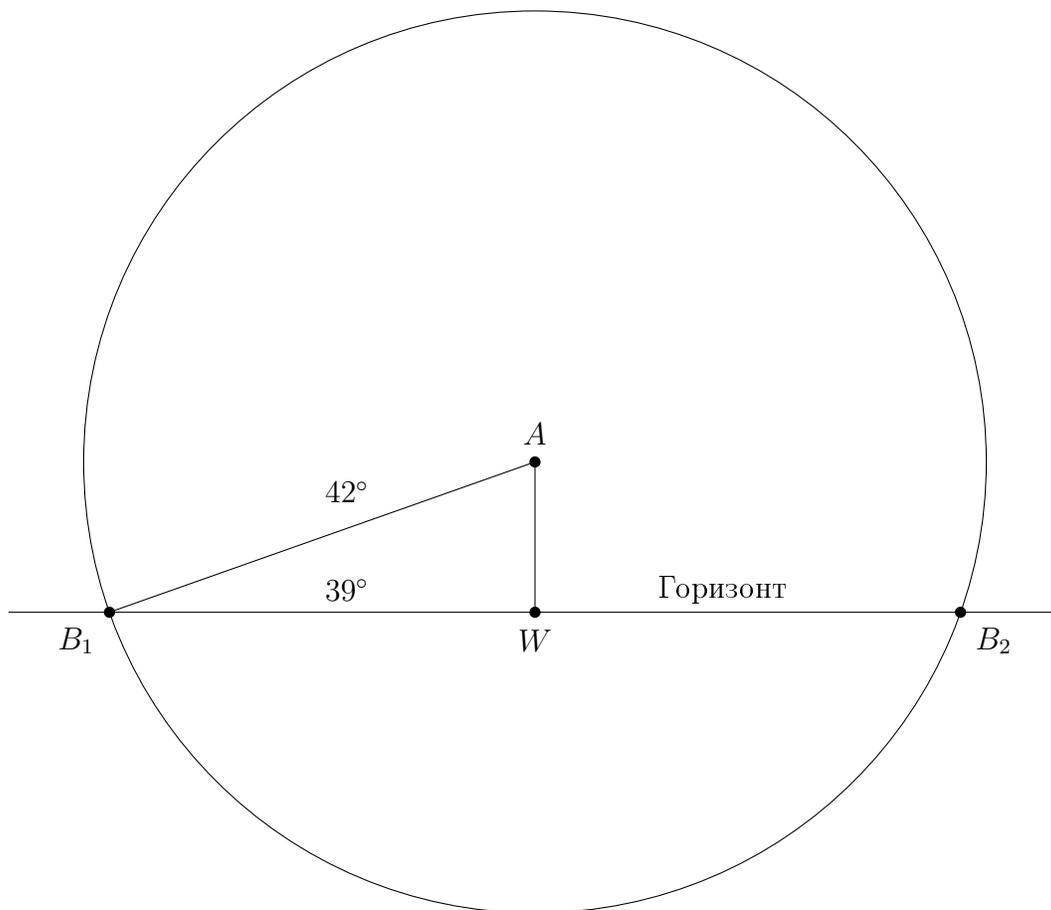


Рис. 1: Плоское приближение. Вид на запад. Вариант 1.

Из плоского приближения по построению определяем, на какой высоте h_{\odot} находится центр

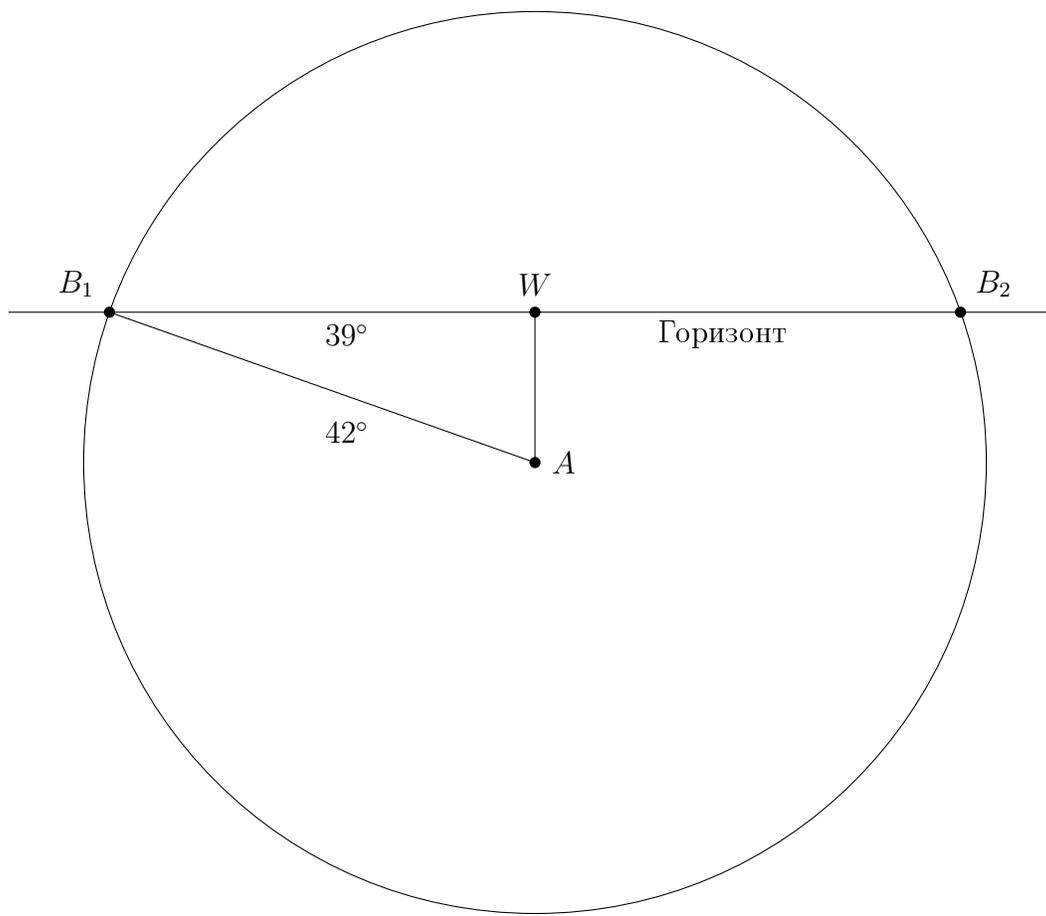


Рис. 2: Вариант 2. Антисолнечная точка находится под горизонтом

радуги:

$$h_{\odot} = \sqrt{42^2 - 39^2} = 15.6^{\circ}$$

Сразу стоит отметить, что из двух описанных выше вариантов остается только один. Солнце должно быть над горизонтом, а противосолнечная точка – под горизонтом, поскольку, если Солнце находится под горизонтом на высоте -15.6° , в месте наблюдения уже наступили астрономические сумерки, и радугу не будет видно.

Теперь определим значение склонения Солнца 1 октября. Снова воспользуемся плоским приближением, только теперь для окрестностей точки пересечения небесного экватора и эклиптики. С момента осеннего равноденствия прошло $31 - 23 = 8$ дней. За это время Солнце сместилось по эклиптике на угол l :

$$l = \frac{360}{365}N = \frac{360}{365} \cdot 8 = 7.9^{\circ} \text{ }^1$$

Поскольку дело происходит вблизи точки равноденствия, можем воспользоваться формулой

$$\delta = -l \cdot \sin \varepsilon = -3.15^{\circ}$$

¹Решение с ответом 8 градусов засчитывается в полном объеме

Знак «минус» возникает, поскольку после осеннего равноденствия склонение Солнца становится отрицательным.

Участник мог определить склонение Солнца, воспользовавшись формулами сферической тригонометрии:

$$\sin \delta = -\sin \varepsilon \cdot \sin l = -3.15^\circ$$

Если участник верно воспользовался этими формулами и получил правильный ответ, то этот блок решения засчитывается полностью. В случае ошибки в записи формулы или в вычислениях данный пункт не засчитывается.

Следующий шаг – определим широту места наблюдения. Снова воспользуемся плоским приближением. Нарисуем горизонт в окрестностях точки востока. Стоит сразу отметить, что широта места наблюдения отрицательная (южная), поскольку в северном полушарии 1 октября Солнце было бы под точкой востока, а не над ней.

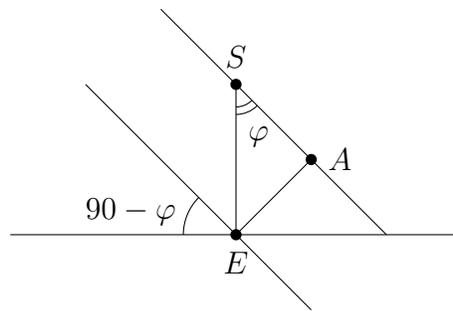


Рис. 3: Плоское приближение. Определение широты и часового угла.

На рисунке горизонтальная линия – это горизонт, точка E – точка востока, точка S – положение Солнца. Наклонная линия, проходящая через точку востока (E) – небесный экватор, отрезок ES – высота Солнца, отрезок EA – модуль склонения Солнца. Из рисунка следует, что

$$\sin \varphi = \frac{3.15^\circ}{15.6^\circ} \quad \rightarrow \quad \varphi = 11.6^\circ \text{ ю.ш.}$$

Теперь перейдем к определению **местного солнечного времени**:

$$t^* = SA = \sqrt{15.6^2 - 3.15^2} = 15.3^\circ = 1^h 1^m 7^s$$

Здесь мы сразу перевели полученный угол из угловой меры во временную. Если бы Солнце находилось в точке A , часовой угол был бы равен -6^h , и местное время было бы $T = 12^h - 6^h$. Но точка S ближе к меридиану на угол t^* , поэтому местное солнечное время равно

$$T = 12^h - 6^h + t^* = 7^h 1^m 1^s \approx 7^h 1^m$$

Ответ. $\varphi = 11.6^\circ$ ю.ш., $T = 7^h 1^m$

Критерии оценивания.	16
К1. Работа с радугой	5
Определение азимута противосолнечной точки	2
Определение азимута Солнца	1
Определение высоты Солнца	2
К2. Выбор варианта, в котором Солнце находится над горизонтом.....	2
Выбор варианта должен быть обоснован в решении в явном виде	
К3. Прямое указание, что широта наблюдения южная.....	2
В решении должно быть приведено обоснование в явном виде. При наличии в ответе значений в обоих полушариях за данный пункт ставится 0 баллов.	
К4. Определение величины широты места наблюдения. Требуемая точность ответа $\pm 2^\circ$...	2
К5. Определение местного солнечного времени	5
Диапазон допустимых ответов $T \in [6^h 50^m; 7^h 15^m]$. За пределами этого диапазона оценка за критерий строго 0 баллов. Если участник ошибся с выбором точки востока/запада или с южным/северным полушарием, оценка за данный этап – 0 баллов. Если участник посчитал, что возможны два варианта, и получил решения и для северного и для южного полушария, то за критерий 3 ставится 0 баллов, а критерий 5 оценивается по решению для южного полушария.	

10.2. Главный пояс астероидов

В. Б. Игнатьев

Общая масса главного пояса астероидов составляет 4% массы Луны. При этом десять самых массивных тел ГПА составляют около 55% от всей массы пояса. Предположим, что практически вся оставшаяся масса находится в астероидах, размер которых превышает 1 км. Средний радиус таких астероидов примем за 5 км. Считая, что все астероиды обращаются вокруг Солнца в одной плоскости и равномерно распределены внутри кольца с внутренним радиусом 2.1 а.е и внешним радиусом 3.3 а.е., определите характерное расстояние между такими астероидами.

Астероиды можно считать сферическими. Средняя плотность астероидов в главном поясе $\rho = 2500 \text{ кг/м}^3$.

Решение.

Сначала определим суммарную массу рассматриваемых астероидов. Она составляет 45% от массы всего главного пояса, которая в свою очередь, в 25 раз меньше массы Луны.

$$M = 0.45 \cdot 0.04 \cdot M_{\zeta} = 1.33 \cdot 10^{21} \text{ кг}$$

Теперь оценим массу одного астероида:

$$M_1 = \rho \frac{4\pi}{3} R^3 = 2500 \text{ кг/м}^3 \frac{4\pi}{3} (5 \cdot 10^3 \text{ м})^3 = 1.3 \cdot 10^{15} \text{ кг}$$

Зная массу всех рассматриваемых астероидов и массу одного астероида, можно определить количество астероидов:

$$N = \frac{M}{M_1} = \frac{1.33 \cdot 10^{21}}{1.3 \cdot 10^{15}} = 10^6 \text{ штук.}$$

Теперь мы можем ответить на вопрос задачи, а именно оценить характерное расстояние между астероидами, если они распределены равномерно.

По условию задачи все астероиды находятся внутри кольца в одной плоскости, причем распределены в этом кольце равномерно. Тогда отношение площади всего кольца к числу астероидов даст нам площадь области кольца, «занятой» одним астероидом. Если мы посчитаем эту область кольцом, то диаметр этого кольца и будет являться характерным расстоянием между астероидами.

С одной стороны, площадь всего кольца астероидов равна

$$S = \pi R_{\text{внеш}}^2 - \pi R_{\text{внут}}^2 = \pi(3.3^2 - 2.1^2) = 20.35 \text{ а.е.}^2$$

С другой стороны,

$$S = N \cdot S_1 = N \frac{\pi}{4} D^2$$

где D – характерное расстояние между астероидами. Выразим величину D .

$$D = \sqrt{\frac{4S}{\pi N}}$$

Подставим значения:

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot 20.35 \text{ а.е.}^2}{\pi 10^6}} = 5.12 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.}$$

Переведем из астрономических единиц в километры:

$$D = 5.12 \cdot 10^{-3} \cdot 150 \cdot 10^6 \text{ км} \approx 7.6 \cdot 10^5 \text{ км.}$$

Возможны также другие оценки формы этой области (например, можно взять ее квадратной, и принять за характерное расстояние длину стороны этого квадрата). Найдем значение расстояния для такой формы области:

$$S = N \cdot S_1 = ND_{sq}^2$$

где D_{sq} – характерное расстояние между астероидами. Выразим величину D_{sq} .

$$D_{sq} = \sqrt{\frac{S}{N}}$$

Подставим значения:

$$D_{sq} = \sqrt{\frac{20.35 \text{ а.е.}^2}{10^6}} = 4.51 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.}$$

Переведем из астрономических единиц в километры:

$$D_{sq} = 4.51 \cdot 10^{-3} \cdot 150 \cdot 10^6 \text{ км} \approx 6.8 \cdot 10^5 \text{ км.}$$

Ответ: $7.6 \cdot 10^5$ км или $6.8 \cdot 10^5$ км.

Критерии оценивания.

16

К1. Определение суммарной массы исследуемых астероидов **4**

К2. Определение числа астероидов **4**

Если на этом этапе участник перепутал радиус астероида с его диаметром, то максимальная оценка за этот пункт – 1 балл, при прочих верных расчетах. Остальные пункты оцениваются, исходя из полученных участником величин.

К3. Использование плоской (двумерной) модели для вычисления характерной площади... **2**

Участник может решать задачу и в трехмерной модели, в которой толщина кольца по вертикальной оси равна характерному диаметру астероида.

К4. Определение площади главного пояса астероидов **2**

Если участник использовал только один из двух заданных в условии радиусов или считал пояс квадратным, за данный этап ставится 0 баллов

К5. Определение характерного расстояния (в любой из описанных выше моделей)..... **4**

Данный балл ставится только при наличии верного численного ответа. Арифметическая ошибка в данном пункте, в том числе при переводе из одних единиц в другие, снижает оценку на 3 балла.

10.3. Кратные орбиты

В. Б. Игнатьев, А. Ф. Шлишкина

Астероид движется по круговой орбите вокруг Солнца. В некоторой точке орбиты вследствие взрыва он разделяется на два осколка, один из которых продолжает двигаться в том же направлении, что и исходный астероид. При этом орбитальный период первого осколка становится в два раза больше орбитального периода исходного астероида, а второй осколок переходит на орбиту с периодом обращения, в два раза меньшим периода исходного астероида.

Определите отношение масс осколков.

Решение. Точка, в которой произошел взрыв астероида и разлет двух осколков, является перицентром орбиты первого осколка и апоцентром орбиты второго осколка.

Рассмотрим осколок, который продолжил двигаться в том же направлении по орбите с большим периодом. После разлета этот осколок стал двигаться быстрее, а точка разлета стала перицентром его орбиты. Запишем скорость в перицентре

$$V_p = \sqrt{\frac{GM}{a} \frac{1+e_1}{1-e_1}} = \sqrt{\frac{GM}{q} (1+e_1)} = V_0 \sqrt{1+e_1}$$

V_0 – это скорость осколка на начальной круговой орбите, а e_1 – эксцентриситет орбиты, на которую перешел осколок.

Период новой орбиты стал в 2 раза больше, значит, полуось новой орбиты стала больше в $2^{2/3}$ раза. Для исходной орбиты астероида удаление астероида от Солнца было равно полуоси его орбиты a_0 , а после разлета это же расстояние стало перицентрическим расстоянием новой орбиты q . Выразим отсюда e_1 .

$$a_0 = q = a_1(1 - e_1) \quad \rightarrow \quad e_1 = 1 - \frac{a_0}{a_1} = 1 - 2^{-2/3} = 1 - k_1,$$

здесь мы ввели обозначение $k_1 = 2^{-2/3}$.

Теперь рассмотрим второй осколок. Он замедляется, следовательно, будет находится в апоцентре своей орбиты. Проведем аналогичные рассуждения.

$$V_a = \sqrt{\frac{GM}{a} \frac{1-e_2}{1+e_2}} = \sqrt{\frac{GM}{Q} (1-e_2)} = V_0 \sqrt{1-e_2}$$

$$a_0 = Q = a_2(1 + e_2) \quad \rightarrow \quad e_2 = \frac{Q}{a_2} - 1 = 2^{2/3} - 1 = k_2 - 1$$

здесь мы обозначили $k_2 = 2^{2/3}$

Теперь запишем **закон сохранения импульса**. Мы можем это сделать в системе отчета центрального тела (Солнца), а можем перейти в систему отчета астероида, который распадается. Обозначим за m_1 и m_2 массы соответствующих осколков.

$$(m_1 + m_2) \cdot V_0 = m_1 V_p + m_2 V_a$$

$$m_1(V_0 - V_p) = -m_2(V_0 - V_a)$$

Избавимся от скоростей осколков в перицентре и апоцентре их орбит, выразив их через скорость астероида на круговой орбите и эксцентриситеты орбит осколков.

$$m_1V_0(\sqrt{1+e_1} - 1) = m_2V_0(1 - \sqrt{1-e_2})$$

Запишем выражение для отношения масс осколков:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1 - \sqrt{1-e_2}}{\sqrt{1+e_1} - 1}$$

Подставим e_1 и e_2 в записанное выражение:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1 - \sqrt{2-k_2}}{\sqrt{2-k_1} - 1} = \frac{1 - \sqrt{2-2^{2/3}}}{\sqrt{2-2^{-2/3}} - 1} = 2.1$$

Существует и **второй вариант**, который может реализоваться в этой задаче. Второй осколок может полететь по эллиптической орбите уже в обратную сторону. При этом его скорость будет направлена строго против направления скорости исходного астероида, поскольку первый осколок по условию сохраняет направление своего движения. Запишем закон сохранения импульса в этом случае.

$$\begin{aligned}(m_1 + m_2) \cdot V_0 &= m_1V_p - m_2V_a \\ m_1(V_p - V_0) &= m_2(V_0 + V_a) \\ m_1V_0(\sqrt{1+e_1} - 1) &= m_2V_0(1 + \sqrt{1-e_2})\end{aligned}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1 + \sqrt{2-k_2}}{\sqrt{2-k_1} - 1} = \frac{1 + \sqrt{2-2^{2/3}}}{\sqrt{2-2^{-2/3}} - 1} = 9.63$$

Ответ: Отношение масс осколков – 2.1 или 9.6

Критерии оценивания.

16

К1. Анализ орбиты первого осколка. Нахождение эксцентриситета..... 3

К2. Анализ орбиты второго осколка. Нахождение эксцентриситета..... 3

Участник может определить численное значение эксцентриситетов (0.37 и 0.59), а может оставить в виде формулы для подстановки на финальном этапе задачи. При правильной записи формул или верных численных значениях пункты 1 и 2 оцениваются полностью.

К3. Верная запись и применение закона сохранения импульса. Случай 1..... 2

По данному критерию баллы ставятся только в том случае, если участник корректно записал закон сохранения импульса в любой из систем отчета.

К4. Получение выражения для отношения масс. Случай 1..... 2

К5. Верная запись и применение закона сохранения импульса. Случай 2..... 2

По данному критерию баллы ставятся только в том случае, если участник корректно записал закон сохранения импульса в любой из систем отчета.

К6. Получение выражения для отношения масс. случай 2. 2

К7. Запись финального ответа с двумя вариантами..... 2

Рассмотрение только одного из вариантов может быть оценено максимум в 10 баллов, по критериям №№5 – 7 в этом случае ставится 0 баллов.

10.4. Подобрать окуляр

В. Б. Игнатьев

У двойной системы, состоящей из одинаковых звезд, суммарный блеск равен 13.5^m , а угловое расстояние между компонентами $1.0''$. Проводятся визуальные наблюдения этой системы в телескоп с диаметром $D = 20$ сантиметров и относительным отверстием $1/5$. Определите диапазон увеличений, при которых звезду видно глазом в окуляр телескопа.

Разрешающая способность глаза $1'$. Предельная звездная величина для глаза 6^m . Влиянием атмосферы пренебречь.

Решение.

Рассмотрим **разрешающую способность** нашей оптической системы. Она зависит от диаметра объектива телескопа, от качества атмосферы и от разрешающей способности глаза.

Дифракционный предел телескопа

$$\theta_1 = \frac{1.22\lambda}{D} = 0.7'',$$

и это меньше, чем угловое разделение между звездами, поэтому двойная система в принципе может быть разрешена, то есть наблюдатель теоретически сможет увидеть две компоненты по отдельности.

Атмосферным размытием мы пренебрегаем по условию задачи.

Третий действующий фактор – разрешающая способность глаза и увеличение телескопа:

$$\theta_3 = \frac{60''}{\Gamma}$$

Угловое разделение между компонентами составляет $1.0''$, что заметно больше дифракционного предела объектива. Рассмотрим вариант расчёта, при котором самая худшая разрешающая способность определяет разрешающую способность всей системы:

$$1.0'' = \frac{60''}{\Gamma_0}$$

отсюда получаем коэффициент увеличения $\Gamma_0 = 60$ крат. При увеличении, большем, чем 60, система видна как две отдельные звезды; при увеличении меньше Γ_0 наблюдатель будет видеть двойную звезду единым объектом.

Теперь рассмотрим **проницающую способность** телескопа. С одной стороны, при увеличении, большем, чем равнозрачковое, проницающая способность определяется только диаметром телескопа:

$$m_T = 6^m + 5 \lg \frac{D}{d_{\text{ГЛ}}} = 6^m + 5 \lg \frac{200}{6} = 13.6^m.$$

В случае, если увеличение меньше, чем равнозрачковое

$$m_{T1} = 6^m + 5 \lg \Gamma.$$

Равнозрачковое увеличение для данного телескопа

$$\Gamma_R = \frac{F}{f} = \frac{D}{d_{\text{ГЛ}}} = \frac{200}{6} = 33^x.$$

По условию задачи, двойная система состоит из двух одинаковых звезд, а ее суммарный блеск равен 13.5^m . Отметим, что суммарная звездная величина близка к предельной проникающей способности телескопа, но визуально систему в целом наблюдателю будет видно.

В случае, если наблюдатель сможет разрешить систему, для него звездная величина каждой компоненты будет равна

$$m_{1,2} = 13.6 + 2.5 \lg 2 = 14.35^m.$$

Это больше, чем предельная проникающая способность телескопа. Отсюда делаем вывод, что при увеличении, большем Γ_0 , наблюдатель не увидит ни звезду целиком, ни отдельные компоненты. Получаем ограничение на увеличение «сверху».

Определим нижнюю границу доступных нам увеличений оптической системы. При уменьшении коэффициента увеличения от величины $\Gamma_0 = 60$ до величины $\Gamma_R = 33$ ситуация не будет меняться. Действительно, проникающая способность определяется только диаметром объектива (который постоянен), а в этих условиях двойная система видна как одна звезда.

При коэффициенте увеличения, меньшем, чем Γ_R , проникающая способность будет равна

$$m_{T1} = 6^m + 5 \lg \Gamma.$$

Подставим суммарную звездную величину двойной звезды и определим нижнюю границу доступных увеличений:

$$13.5 = 6 + 5 \lg \Gamma$$

Отсюда нижний предел коэффициента увеличения равен $\Gamma = 32$ крат.

Ответ [32; 60]

Примечание. Участник может решать задачу в более сложной модели. Можно учитывать разрешающую способность телескопа, как независимый источник погрешности наблюдений, тогда разрешающие способности объектива, атмосферы и глаза складываются как независимые ошибки, то есть квадратично:

$$\theta_{\Sigma} = \sqrt{\theta_1^2 + \theta_a^2 + \theta_3^2}$$

Влиянием атмосферы по условию задачи мы пренебрегаем, тогда

$$\theta_{\Sigma} = \sqrt{\theta_1^2 + \theta_3^2},$$

и условие на максимальное увеличение, при котором система способна разрешаться глазом, будет выглядеть следующим образом:

$$\theta_a = \sqrt{\theta_{\Sigma}^2 - \theta_1^2} = \frac{60''}{\Gamma_0}$$

Отсюда

$$\Gamma_0 = \frac{60''}{\sqrt{\theta_{\Sigma}^2 - \theta_1^2}} = \frac{60''}{\sqrt{1^2 - 0.7^2}} = 84$$

Оба варианта решения являются корректными и оцениваются в полном объеме.

Финальный ответ [32; 60] или [32; 84]

Критерии оценивания.

16

- К1.** Определена разрешающая способность объектива **2**
- К2.** Определено увеличение, при котором система будет разрешена **4**
 Запись выражения для разрешающей способности телескопа и глаза **2**
 Определение величины увеличения (60 или 84, в зависимости от модели) **2**
- К3.** Проведена проверка, что звезду в принципе можно увидеть **2**
- К4.** Определены звездные величины компонент, явно сказано, что они ненаблюдаемы **2**
- К5.** Определено, что максимальное увеличение – Γ_0 **2**
 Без проверки критерия 3 и критерия 4 максимальная оценка за данный пункт – 1 балл.
- К6.** Запись формулы предельной звездной величины для неравнозрачкового увеличения .. **1**
 Данный критерий оценивается только при использовании формулы в решении. Просто записанная формула без подстановок значений и выводов не оценивается.
- К7.** Определение минимального коэффициента увеличения **2**
- К8.** Финальный ответ задачи [32; 60] или [32; 84] **1**

10.5. Вдали от Солнца

В. Б. Игнатьев

Вам предоставлен негатив нарисованного художественного изображения карликовой планеты – Эриды. На каком расстоянии от Эриды находился бы космический аппарат, если бы он мог видеть такую же картину?

Радиус Эриды – 1150 км.

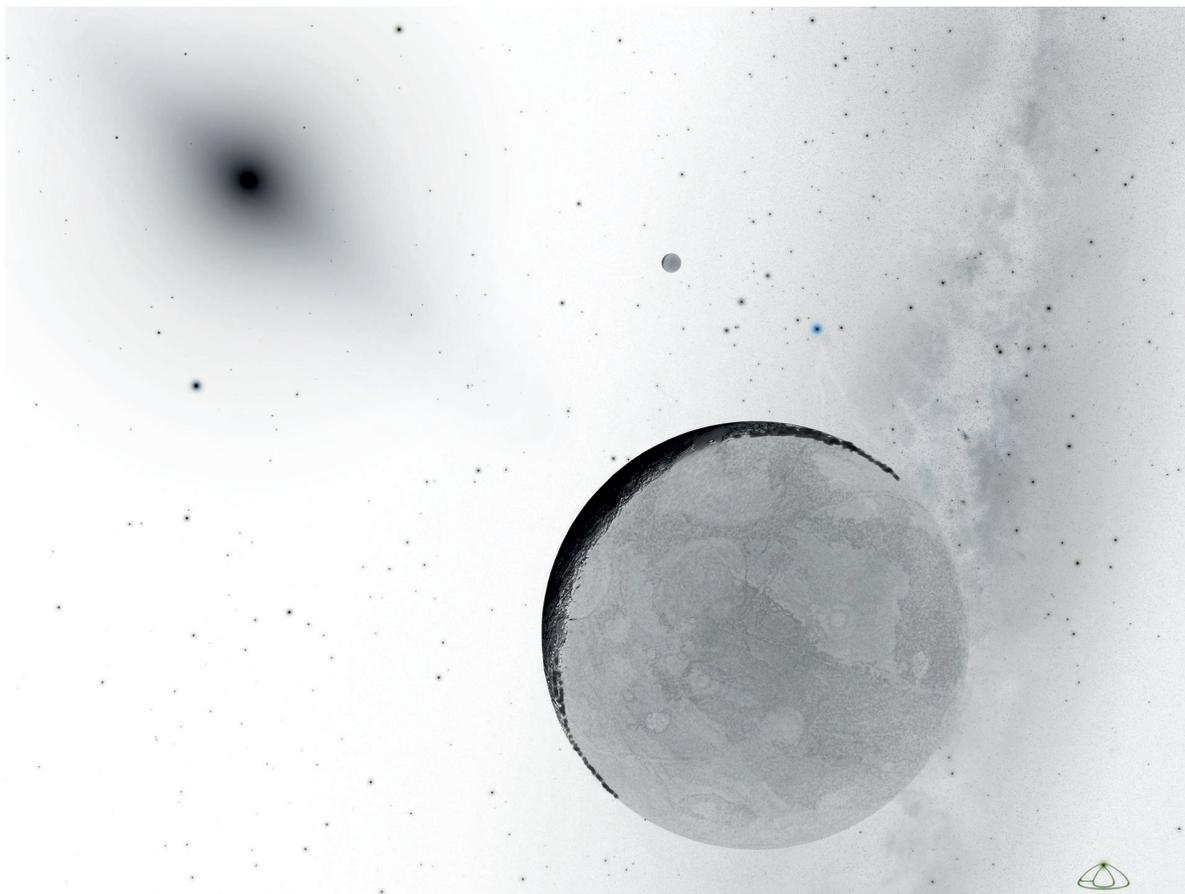


Рис. 4: Изображение к задаче 10.5

Решение. Сначала разберемся, какие данные могут быть получены из анализа кадра. На изображении есть Солнце, есть карликовая планета, у которой виден серп. Напомним, что изображение негативное, то есть наиболее темные области кадра являются наиболее яркими или освещенными в реальности.

Определим центр карликовой планеты на изображении. Это можно сделать несколькими альтернативными способами – например, можно провести две хорды окружности и построить их серединные перпендикуляры, тогда пересечение этих перпендикуляров определит положение центра окружности. Для повышения точности построений рекомендуется, чтобы таких перпендикуляров было три или больше.

Альтернативный метод – построить две параллельные хорды, тогда линия, соединяющая середины этих хорд, будет проходить через центр окружности или эллипса. Если использовать 3 семейства параллельных хорд, то можно определить центр с достаточно хорошей точностью.

Преимущество второго метода в том, что для него не нужно построение перпендикуляра с использованием циркуля.

Существует и третий метод — можно провести линию через края «рожек» серпа. Если мы видим весь серп целиком, то эта линия будет диаметром и будет проходить через центр планеты. Однако, у этого метода есть ограничения. Если наблюдатель находится слишком близко к объекту, то не весь серп может быть виден, и тогда метод не сработает. Но в данном случае точность определения центра этим методом будет вполне приемлемая. Впрочем, это связано это с тем, что мы работаем с художественным изображением.

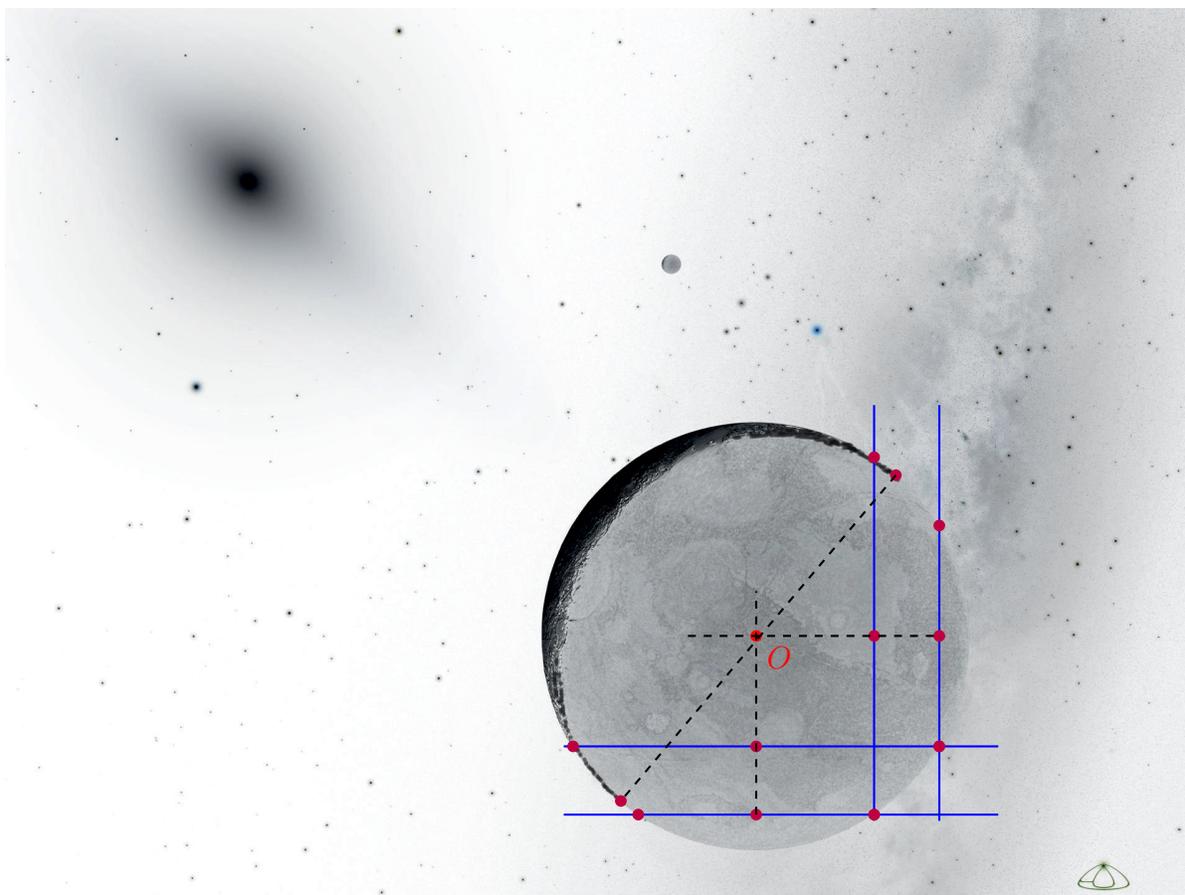


Рис. 5: Построение двух семейств параллельных хорд. Нахождение центра окружности.

Теперь проведем линию, соединяющую центр Солнца (точка S) и центр карликовой планеты (точка O). Построение показано на рис. 6.

Эта линия пересекает освещенный серп планеты. В направлении на Солнце видимая толщина серпа будет максимальной, и, измерив толщину серпа, можно получить значение фазы планеты.

Линейная фаза объекта рассчитывается как доля освещенного диаметра

$$\Phi = \frac{l}{D} = \frac{3.5 \text{ мм}}{54 \text{ мм}} = 0.065^2$$

²Поскольку величина видимой освещенной стороны мала, то у участников могут быть близкие, но другие численные значения

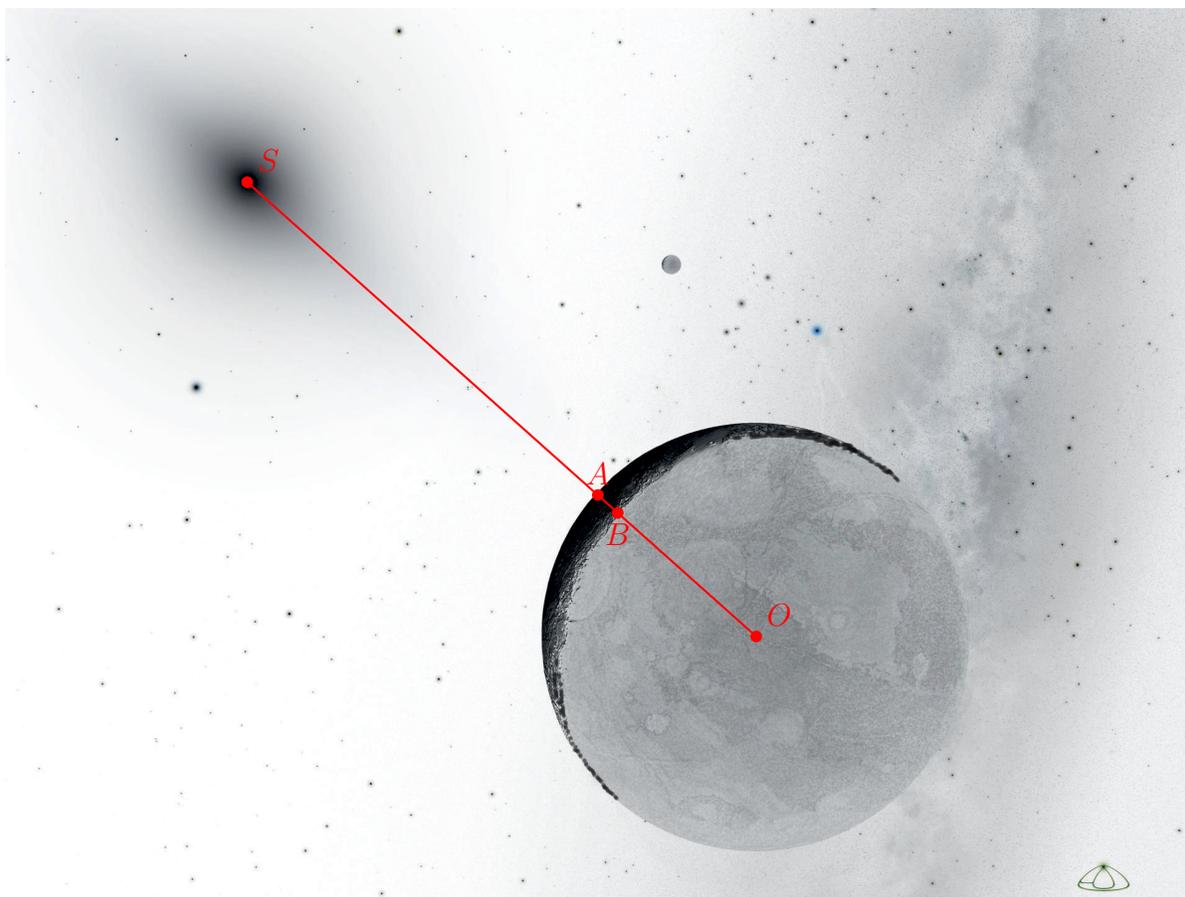


Рис. 6: Изображение к задаче

Зная фазу объекта, мы можем получить значения фазового угла φ – угла треугольника «Солнце – Объект – Наблюдатель» с вершиной в Объекте:

$$\Phi = \frac{1 + \cos \varphi}{2}$$

$$\cos \varphi = 2\Phi - 1 \quad \rightarrow \quad \varphi = 150^\circ$$

Обратим внимание, что фазовый угол в данном случае является тупым, то есть больше, чем 90° . Поскольку Солнце находится крайне далеко от объекта и наблюдателя, в рассматриваемом треугольнике «Солнце – Объект – Наблюдатель» величина угла с вершиной в Солнце крайне мала, и при суммировании этим углом можно пренебречь. Следовательно, можно найти угловое расстояние между Солнцем и центром карликовой планеты с точки зрения наблюдателя. Обозначим этот угол l

$$l = 180^\circ - \varphi = 30^\circ$$

Теперь у нас есть ключ к определению масштаба изображения в угловой мере – мы можем сравнить расстояние OS и расстояние OA , и получить угловой размер Эриды.

Измеряем при помощи линейки указанные величины. Расстояние $OS = 88$ мм, $OA = 27$ мм (у участников могут получиться другие значения; это определяется форматом печати заданий).

Тогда угловой радиус карликовой планеты

$$\rho = \frac{27}{88} \cdot 30^\circ = 9^\circ$$

А зная линейный и угловые радиусы можно определить расстояния до объекта:

$$\sin \rho = \frac{R}{L} \quad \rightarrow \quad L = \frac{R}{\sin \rho} = \frac{1150}{\sin(9^\circ)} = 7300 \text{ км}$$

Ответ. $L = 7300$ км

Критерии оценивания.

20

При оценивании данной задачи допущенная участником арифметическая ошибка в критериях 2–6 снижает оценку за соответствующий критерий до 0 баллов. Каждый пункт оценивается только в случае верного его выполнения.

- К1.** Определение центра окружности/карликовой планеты 4
 В случае определения центра «на глазок» без дополнительных построений оценка за этот критерий не более 1 балла
 В случае определения центра как точки пересечения двух отрезков (неточный метод) оценка за критерий не может превышать 3 баллов
- К2.** Определение величины фазы 6
 Прямое утверждение, что фазу можно измерить по линии OS 3
 Выполнение измерений 2
 Верный численный ответ 0.065 ± 0.010 1
- К3.** Определение фазового угла 2
- К4.** Определение угла между Солнцем и центром Эриды 3
- К5.** Определение углового диаметра или углового радиуса Эриды 2
- К6.** Определение расстояния до объекта 3

Отдельно стоит проговорить варианты решения данной задачи через нахождение каких-либо угловых расстояний по звездной карте. Такие решения противоречат условию задачи, в котором указано, что задача на изображение карликовой планеты. Тем не менее, возможны интересные случаи, которые мы и рассмотрим.

Вариант 1. В качестве основы для определения масштаба была взята ширина Млечного Пути. Разумной оценкой ширины Млечного Пути в районе созвездий Скорпион и Стрелец является величина $25^\circ - 30^\circ$. Здесь он заметно шире, чем в обычных местах. Ширина же Млечного Пути в миллиметрах будет равна 55, что равно диаметру Эриды. Это приведет к угловому радиусу 15° и расстоянию 4400 км. Такое решение может быть оценено в 8 баллов из 20 при получении описанных выше значений.

Критерии оценивания. 8

При оценивании данной задачи допущенная участником арифметическая ошибка в критериях 2–6 снижает оценку за соответствующий критерий до 0 баллов. Каждый пункт оценивается только в случае верного его выполнения.

- К1.** Выполнение измерений на изображении 1
К2. Верное определение масштаба изображения 2
 При оценке толщины Млечного Пути в районе созвездия Скорпиона $25^\circ - 30^\circ$, в противном случае – 0 баллов.
К3. Определение углового диаметра или углового радиуса Эриды 2
К4. Определение расстояния до объекта 3

Если же за основу взята оценка в 20° и решение доведено до конца верно для взятых значений, то такое решение оценивается не более чем в 6 баллов.

Вариант 2. Участник записал координаты нескольких ярких звезд и нашел угловые расстояния между ними. Самый простой способ это сделать — записать координаты Антареса ($\alpha = 16^h 30^m$, $\delta = -26^\circ$) и, например, Арктура (его проще найти, $\alpha = 14^h 15^m$, $\delta = +19^\circ$) или Спика ($\alpha = 13^h 25^m$, $\delta = -11^\circ$). Далее методами сферической тригонометрии определяются угловые расстояния между звездами: 56° или 45° . Это соответствует линейным расстояниям на изображении в 81 и 66 мм, что приводит к ответу на задачу в 3600 км. Такое решение оценивается в 14 баллов, если оно выполнено в полной мере. При этом возможен сценарий, в котором участник попытался оценить угловое расстояние между звездами. Такой оценочный метод решения оценивается так же, как и вариант 1 с Млечным Путем, при получении верного ответа.

Критерии оценивания. 14

При оценивании данной задачи допущенная участником арифметическая ошибка в критериях 2–6 снижает оценку за соответствующий критерий до 0 баллов. Каждый пункт оценивается только в случае верного его выполнения.

- К1.** Верная запись координат двух звезд 2
К2. Определение углового расстояния 4
К3. Выполнение измерений на изображении 1
К4. Верное определение масштаба изображения 2
К5. Определение углового диаметра или углового радиуса Эриды 2
К6. Определение расстояния до объекта 3

Возможно использование зодиакальных созвездий для определения масштаба. Если участник использует среднее размер зодиакальных созвездий 30° (что в этой области неба не корректно), то оценивание такого решения стоит проводить по варианту 1. Если же участник сумел поставить на звездном небе точки осеннего равноденствия и/или зимнего солнцестояния, то такое решение оценивается по варианту 2.

Теперь рассмотрим несколько «плохих» случаев.

Вариант 3. Угловой размер Эриды сравнивается с угловым размером Солнца. Это тупиковая ветвь решения, которая не может привести к ответу на задачу. Все такие решения оцениваются в 0 баллов.

Вариант 4. В случае, если участник определил Солнце как эллиптическую галактику, удаленную от наблюдателя на какое-то расстояние, он решал свою задачу, которая не имеет

никакого отношения к предложенной. Все такие решения оцениваются в 0 баллов.